Examen AG

Student: ....

Grupa: ....

22-23 ianuarie 2009

Problema 1. Este posibil ca numărul arborilor partiali ai unui graf să fie 1? Dar 2 ? (justificare)

Problema 2. Construiţi o funcţie care primind la intrare graful $G = (V, E)$ reprezentat cu ajutorul listelor de adiacenţă şi k, un număr întreg pozitiv, returnează graful $G^{(k)}$ cu aceeaşi mulţime de virfuri ca şi G , în care două virfuri distincte sunt adiacente dacă şi numai dacă în graful iniţial sunt conectate printr-un drum de lungime cel mult k. Care este complexitatea timp a construcţiei ?

Problema 3. Se plasează vârfurile unui graf G în puncte distincte pe cotorul unei cărti (cu cel puţin $|E(G)|$ file) şi se trasează fiecare muchie, ca o curbă simplă între punctle corespunzătoare extremităţilor, pe o filă nouă. Folosind această ideie demonstraţi formal că orice graf G poate fi reprezentat în $\mathbf{R}^3$ astfel încât vîrfurilor lui G să le corespundă puncte distincte din $\mathbf{R}^3$, iar muchiilor curbe simple ce unesc punctele corespunzătoare extremităţilor, astfel încât prin orice punct al lui $\mathbf{R}^3$ care nu corespunde unui vârf al grafului G, trece cel mult o curbă.

Problema 4. Demonstraţi că dacă s-ar putea determina în timp polinomial dacă un digraf are sau nu un drum hamiltonian, atunci s-ar putea determina în timp polinomial dacă un graf bipartit are sau nu un circuit hamiltonian.

Problema 5.

Să se arate că dacă M este cuplaj de cardinal mxim în graful G, atunci $E(M)$ este o mulţime stabilă în graful G. Deduceţi că în orice graf are loc inegalitatea $\alpha(G) \geq |G| - 2\nu(G)$.
